

4. Su un tavolo ci sono due monete. Quando vengono lanciate, una moneta dà testa con probabilità 0,5, mentre l'altra dà testa con probabilità 0,6. Una moneta viene scelta a caso e lanciata.

- Qual è la probabilità che esca testa?
- Se esce croce, qual è la probabilità condizionata che fosse la moneta equa (cioè quella con probabilità 0,5 di testa)?

$T =$ esce testa

$H =$ viene scelta la moneta bilanciata

$$P(H) = 0.5$$

$$P(H^c) = 0.5$$

$$P(T|H) = 0.5$$

$$P(T|H^c) = 0.6$$

$$P(T^c|H) = 0.5$$

$$P(T^c|H^c) = 0.4$$

$$\textcircled{1} \quad P(T) = P(T|H)P(H) + P(T|H^c)P(H^c)$$
$$0.5 \cdot 0.5 + 0.6 \cdot 0.5 = 0.55$$

$$\textcircled{2} \quad P(H|T^c) = \frac{P(T^c|H)P(H)}{\underbrace{P(T^c)}} = \frac{0.5 \cdot 0.5}{0.45} \approx 0.56$$

$1 - P(T) = 0.45$