

5. In Italia si stima che i cittadini positivi all'HIV siano circa 140.000 su una popolazione totale di circa 59.000.000. Un nuovo test per l'HIV è stato provato su pazienti positivi e negativi, con i seguenti risultati:

$$P(\text{Test positivo} \mid \text{Paziente positivo}) = 0,99, \quad P(\text{Test negativo} \mid \text{Paziente negativo}) = 0,99.$$

Determinare la probabilità che un paziente sia effettivamente positivo dato che il test risulta positivo.

$T^+ = \text{test positivo}$

$P^+ = \text{paziente positivo}$

$$P(P^+) = \frac{140\,000}{59\,000\,000} \approx 0.002$$

$$P(T^+ \mid P^+) = 0.99$$

$$P(T^- \mid P^-) = 0.99$$

$$P(P^+ \mid T^+) = \frac{P(T^+ \mid P^+) P(P^+)}{P(T^+)} = \frac{0.99 \cdot 0.002}{0.012} = 0.165$$

$$P(T^+) = P(T^+ \cap P^+) + P(T^+ \cap P^-)$$

$$= P(T^+ \mid P^+) P(P^+) + P(T^+ \mid P^-) P(P^-)$$

$$= 0.99 \cdot 0.002 + (1 - 0.99)(1 - 0.002) = 0.012$$