Esercizio 1. Si lanciano due dadi equilibrati e sia X il *massimo* dei due risultati.

a) Determinare il supporto e la distribuzione di probabilità di X.

b) Calcolare $F_X(3)$ e $\mathrm{P}(X \geq 5)$.

c) Calcolare $\mathrm{E}[X]$.

X = massimo dei due dadi

$S_X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

X_1 = risultato 1° dado
X_2 = risultato 2° dado

$$\mathbb{P}(X=k) = \mathbb{P}(X_1 = X_2 = k) + \mathbb{P}(X_1 = k,\ X_2 < k) + \mathbb{P}(X_2 = k,\ X_1 < k)$$
$$= \frac{1}{36} + 2\left(\frac{1}{6} \cdot \frac{k-1}{6}\right) = \frac{1}{36} + 2\left(\frac{k-1}{36}\right) = \frac{1}{36} + \frac{2k-2}{36}$$
$$= \frac{1 + 2k - 2}{36} = \frac{2k-1}{36}$$

k	1	2	3	4	5	6
$\mathbb{P}(X=k)$	$\frac{1}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{7}{36}$	$\frac{9}{36}$	$\frac{11}{36}$

b) $F_X(3) = \mathbb{P}(X \leq 3) = \frac{9}{36}$

$\mathbb{P}(X \geq 5) = \frac{20}{36}$

c) $\mathbb{E}[X] = \sum_{k=1}^{6} k \cdot \mathbb{P}(X=k) = \sum_{k=1}^{6} k \cdot \frac{2k-1}{36} = \frac{1}{36} \sum_{k=1}^{6} (2k^2 - k) = \frac{161}{36}$